

# Teoría estadística de campos

Docente responsable: Tomás S. Grigera

Carga horaria total: 48 horas

## Contenidos

### Módulo I: Teorías de campo en mecánica estadística [8 horas]

1. ¿Por qué teorías de campos? Del discreto al continuo: derivación heurística de la teoría de Landau-Ginzburg.
2. Funcionales y derivadas funcionales. Integral funcional y problema de convergencia para fluctuaciones de longitud de onda corta. Longitud de corte.
3. Aproximación de Landau (punto de ensilladura). Ruptura de simetría. Exponentes críticos. Análisis dimensional de L-G. Dimensión anómala.
4. Teoría Gaussiana: solución completa. Evaluación de la integral funcional Gaussiana. Funciones de correlación y exponentes críticos.
5. Modelo Gaussiano como aproximación para  $T > T_c$  y  $T < T_c$ : fluctuaciones hasta orden cuadrático. Correcciones a la aproximación de Landau. Criterio de Guinzburg.
6. Modelo de L-G con parámetro de orden vectorial. Ruptura de la simetría continua en la aproximación de Landau. Aproximación Gaussiana: efecto de las fluctuaciones sobre la ruptura de simetría. Teorema de Mermin-Wagner.
7. El modelo  $\sigma$  no lineal.

### Módulo II: Teoría perturbativa diagramática [8 horas]

1. Desarrollo perturbativo de la teoría de Landau-Ginzburg. Contracciones de Wick y diagramas de Feynman para la función de partición y las funciones de correlación. Reglas diagramáticas en espacio real y en espacio de Fourier.
2. Desarrollo diagramático de la energía libre: diagramas conectados. Funciones de correlación conectadas (cumulantes).
3. Ecuación de Dyson y autoenergía. Desarrollo de la energía libre de Gibbs: funciones vértice ( $\Gamma^{(n)}$ ) y diagramas irreducibles. Desarrollo en bucles.
4. Diagramas para  $\Gamma^{(2)}$  y  $\Gamma^{(4)}$  hasta dos bucles. Parámetros de desarrollo efectivos (adimensionales).
5. Diagramas de Feynman para L-G vectorial y para el modelo  $\sigma$  no lineal.

### Módulo III: La transformación del grupo de renormalización: esquema de Wilson o “momentum shell” [10 horas]

1. Efecto de un cambio de escala: discusión cualitativa. Renormalización vs. grupo de renormalización.
2. Definición de la transformación del GR, variantes. GR en espacio de Fourier (*momentum shell*).
3. Transformación del GR para el modelo Gaussiano.
4. Transformación del GR en general: puntos fijos y variedad crítica. Variables relevantes e irrelevantes. Obtención de exponentes críticos y leyes de escala mediante el GR.
5. GR en forma diferencial, funciones  $\beta$ . Estabilidad del punto fijo Gaussiano. Exponentes del modelo Gaussiano para  $d > 4$ . Variables irrelevantes peligrosas.
6. GR del modelo de Landau-Ginzburg. Cálculo de la transformación del GR a un bucle.
7. Desarrollo en  $\epsilon = 4 - d$ . Funciones  $\beta$  y punto fijo de Wilson-Fisher. Cálculo del exponente  $\nu$  a  $O(\epsilon)$ . Estudio del flujo del GR a orden  $\epsilon$ .
8. Irrelevancia de acoplamientos  $\phi^n$  con  $n \geq 6$  en  $d < 6$ .

### Módulo IV: Regularización y renormalización [6 horas]

1. Divergencias ultravioletas e infrarrojas. Esquemas de regularización. Regularización dimensional.
2. Renormalización: factores  $Z$ . Escala de renormalización. Condiciones de renormalización: normalización, renormalización mínima.
3. Renormalización de la teoría de Landau-Ginzburg: factores  $Z$  hasta 2 loops.

**Módulo V: GR en el esquema de Callan-Symanzik [10 horas]**

1. Ecuación del GR a  $T = T_c$ . Funciones  $\beta$  en el esquema C-S. Propiedades.
2. Solución general de la ecuación del GR. Flujo del GR: puntos fijos, leyes de escala, dependencia de los acoplamientos de la escala de observación.
3. Cálculo de los exponentes  $\eta$  y  $\delta$ .
4. Renormalización para  $T \neq T_c$ . Desarrollo en  $\mu^2$ : diagramas con inserciones.
5. Ecuación del GR para  $T \neq T_c$ . Solución general, leyes de escala. Demostración de las relaciones entre exponentes (leyes de Rushbrooke, Griffiths, Josephson, Fisher).
6. Cálculo de los exponentes  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\nu$  al orden más bajo en teoría de perturbaciones.

**Módulo VI: Otros tópicos del GR [6 horas]**

1. Convergencia del desarrollo en  $\epsilon$ . Transformación de Borel.
2. Ruptura espontánea de simetría. Simetría continua: el modelo L-G vectorial. Ruptura de simetría continua cerca de  $d = 2$ .
3. Renormalización del modelo  $\sigma$  no lineal. Caso  $d = 2$  y transición BKT.

**Forma de evaluación prevista:** examen final oral.

## Bibliografía

- Altland A. y Simons B. (2010), *Condensed Matter Field Theory*, Cambridge University Press.
- Binney J.J., Dowrick N.J., Fisher A.J. y Newman M.E.J. (1992), *The Theory of Critical Phenomena: An Introduction to the Renormalization Group*, Clarendon Press.
- Cardy J. (1996), *Scaling and Renormalization in Statistical Physics*, Cambridge University Press.
- Goldenfeld N. (1992), *Lectures on Phase Transitions and the Renormalization Group*, Perseus Books, Reading, Massachusetts.
- Itzykson C. y Drouffe J.M. (1989), *Statistical Field Theory. Volume 1: From Brownian Motion to Renormalization and Lattice Gauge Theory, Cambridge Monographs on Mathematical Physics*, vol 1, Cambridge University Press, Cambridge.
- Kardar M. (2007), *Statistical Physics of Fields*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Le Bellac M. (1991), *Quantum and Statistical Field Theory*, Clarendon Press, Oxford.
- Parisi G. (1998), *Statistical Field Theory*, Westview Press.
- Wilson K.G. y Kogut J. (1974), The renormalization group and the  $\epsilon$  expansion. *Physics Reports* **12**, 75–199.
- Zinn-Justin J. (1993), *Quantum Field Theory and Critical Phenomena*, International Series of Monographs on Physics, Oxford University Press, Oxford, New York.